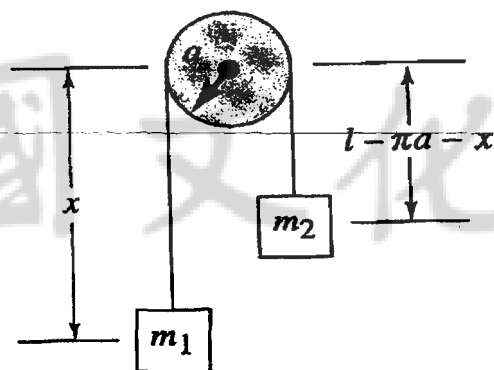


1. 有一質點於位置 x 處受到力量 $F = -kx + kx^3/\alpha^2$ 的作用，此力量的 k 與 α 均為正值常數，

- (a) 求位能 $U(x)$ ； (10 分)
 (b) 當機械能 $E = k\alpha/4$ 質點的運動為何種運動？ (10 分)

2. 有一阿特伍德機 (Atwood's machine) 如下圖所示，其所懸掛質量為分別為 m_1 及 m_2 ，若繩子及滑輪質量可忽略，

- (a) 寫出此阿特伍德機的 *Lagrange*； (5 分)
 (b) 利用此 *Lagrange* 求阿特伍德機的尤拉運動方程式； (10 分)
 (c) 利用此 *Lagrange* 求阿特伍德機的動量； (5 分)
 (d) 利用此 *Lagrange* 求阿特伍德機的 *Hamiltonian*； (10 分)
 (e) 由阿特伍德機的 *Hamiltonian* 求阿特伍德機的 canonical 運動方程式； (10 分)。



3. 有一複和擺如下圖所示，其所懸掛質量為 m ，繩子長度為 l ，若繩子質量可忽略，

- (a) 寫出此複和擺的 *Lagrange*； (10 分)
 (b) 利用此 *Lagrange* 求複和擺的尤拉運動方程式； (10 分)
 (c) 利用此尤拉運動方程式，求複和擺的擺動頻率； (10 分)
 (d) 利用此尤拉運動方程式，求複和擺的 Normal modes。 (10 分)

