

每題 10 分

1. 令 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ ，為連續函數，則 $a = ?$

2. 令 $f(x^3 + 1) = x^2$ ，求 $f'(9) = ?$ 。

3. 令 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 1$ ， $x \in [0, 1]$ ，求其最大值及最小值

4. 求 $\int x^3(x^2 - 1)^{20} dx = ?$

5. 求 $\int_0^{10} \frac{\sin x}{\sin x + \sin(10 - x)} dx = ?$

6. 求 $\int x 10^{-x} dx = ?$

7. 求 $\int_0^{\infty} x^3 e^{-\frac{x^2}{4}} dx = ?$

8. 判別 $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k+10}\right)^{k^2}$ 是否收斂

9. 令函數 $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 7$

求 $f_{x,y}(1,1) = ?$

10. 計算 $\int_0^1 \int_{2y}^2 e^{-x^2} dx dy = ?$