中國文化大學103學年度暑假轉學招生考試

系組：應用數學系三年級

日期節次：7月30日第1節 09:00-10:20

科目： 線性代數

1 是非題(15%)

(a)若線性聯立方程組$Ax=b$有解，A為mxn矩陣，x為$nx1$的向量，則解為唯一.

(b)若$x_1,x_2,\cdots,x_n\in R^n$，其中一個向量為零向量，則$x_1,x_2,\cdots,x_n$為線性相依.

(c)$\{(x_1,x_2,x_3)|x_1+x_2+x_3=0,x_i\in R,i=1,2,3\}$為$R^3$的子空間.

(d)零向量可以是一個方陣的特徵向量.

(e)零可以是一個方陣的特徵值.

2 $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\0&1&1\\2&0&1\end{bmatrix}$，求$A^{-1}$ (15%)

3 求聯立方程組$\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=2\\4x_1+5x_2+6x_3=5\\7x_1+8x_2+9x_3=8\end{cases}$的全解(complete solutions)

(15%)

4 $A=\begin{bmatrix}1&1&2\\2&3&3\\4&4&5\\5&6&6\end{bmatrix}$(a)將$A$化成列簡梯陣(row-reduced echelon form)(5%)

(b)利用(a)求A的零核空間和行空間的一組基底(10%)

5 $A=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}$求$A$的$QR$分解，$Q$為正交方陣，$R$為上三角矩陣(15%)

6 $A=\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix}$(a)試證可以找到一個可逆方陣$P$使得$P^{-1}AP$為對角方陣(10%) (b)求$P$(5%)

7 $T:R^3\to R^2, T\left(\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}x_1-2x_2+3x_3\\4x_1+5x_2+6x_3\end{bmatrix}$，求$T$以標準基底的矩陣表示法

(10%)