

中國文化大學 101 學年度暑假轉學招生考試

系組：應用數學系二年級 日期節次：7 月 24 日第 1 節 09:00-10:20

科目：微積分

1-3-1

1 是非題(只要寫對或錯,不用寫原因)(10%)

(a) 若函數 f 在 $x=a$ 連續, 則 f 在 $x=a$ 可微分(b) 若 $f'(a)=0$, 則 f 在 $x=a$ 有相對極值(c) 若 $f''(a)=0$, 則 f 在 $x=a$ 有反曲點(d) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, 則 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收斂(e) 若 $f_x(a,b), f_y(a,b)$ 皆存在, 則 f 在 (a,b) 可微分2 $f(x) = \sqrt{\cos x} + \ln\left(\frac{4x}{\pi}\right)$, 求 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (10%)3 求過曲線 $x^3 + 3x^2y - 6xy^2 + 2y^3 = 0$ 上一點 $(1,1)$ 的切線方程式(10%)

4 一個圓柱型的可樂罐子, 體積為 64 立方公分, 求底半徑和高各為幾公分時, 表面積最小(10%)

5 求下列極限值:

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} [(1 - \tan x) \sec(2x)]$ (7%) (b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\tan x)^{\cos x}$ (8%)

6 求下列積分值:

(a) $\int_1^e \ln x dx$ (7%) (b) $\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos x} dx$ (8%)

7 判斷下列無窮級數的散斂性 (10%)

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$ (b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ 8 設平面上任一點的電位為 $V = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ (原點除外), 求 V 在點 $(3,4)$ 沿著 $3\vec{i} + 4\vec{j}$ 方向的方向導數(10%)9 求 $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dy dx$ (10%)

第 / 頁 共 / 頁