

中國文化大學 100 學年度轉學招生考試

系組：應用數學系三年級 日期節次：7 月 26 日第 1 節 09:00-10:20

科目：線性代數 (13-23)

試題中， A, B 皆代表矩陣。 A^T 代表 A 的轉置矩陣。 A^{-1} 代表 A 的反矩陣。

1~4 題為簡答題，每題 5 分，只須回答 True 或 False：

1. Let A and B be 2 matrices, then $(AB)^2 = A^2B^2$.
2. Let A and B be 2 matrices, then $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$.
3. If A is an n by n matrix, then $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$.
4. If A and B are both 3 by 3 matrices, then
rank of $AB \leq$ rank of A .

5~12 題為計算證明題，每題 10 分，必須寫清楚每一題的詳細過程：

5. Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Find A^{-1} .

6. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Find the rank of $A^T A$.

7. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Find a basis for the column space of A .

8. If A has 3 orthogonal columns each of length 2,
what is $A^T A$?

9. Let $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$. Find the eigenvalues of A .

第 | 頁共 | 頁

10. Prove that if $A = A^T$ and $B = B^T$, then $A^2 - B^2$ is symmetric.

11. Prove that if A is not invertible, then AB is not invertible.

12. Prove or disprove: If A is 2 by 2 and $A^2 = 0$, then $A = 0$.