

：統計學[1031]

一、是非題 (80分，每題4分；僅回答對(O)與錯(X)即可，不須解釋原由。)

1. 給定一組資料(data)，其眾數(mode)一定只有一個。
2. 一組資料若含有少數極大或極小值，則中位數(median)比平均數(mean)更能表示為一個較佳的中央位置數量。
3. 以箱形圖(box plot)來分析資料的好處是不須要計算其平均數與標準差。
4. 若以 $S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$ 為隨機樣本(random sample) $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 之樣本變異數(sample variance)，則其具有不偏性(unbiased)。
5. 某人搭飛機，都會攜帶一顆「假」炸彈。其理由如下：根據統計，飛機上藏有一顆炸彈之機率為 $\frac{1}{10,000}$ ，所以同時有兩顆炸彈之機率應為 $\frac{1}{10,000} \times \frac{1}{10,000} = \frac{1}{100,000,000}$ ，意即被炸的可能性是非常微小。請問其理由是對或錯？
6. 有人揚言：「互斥事件(mutually exclusive events)就是獨立事件(independent events)。」請問這句話是對或錯？
7. 一個銀行員想要知道每小時客戶上門人數的機率，則應使用卜松分配(Poisson distribution)。
8. 在小樣本抽樣，假設母全體(population)是常態分配(normal distribution)，但其標準差(standard deviation) σ 未知。如要以樣本平均數 \bar{X} 估計母全體平均數 μ ，則須使用 t 分配(t distribution)。
9. 在大樣本抽樣，假設母全體之分配未知，根據中央極限定理(central limit theorem)，只要樣本數 n 夠大，則 \bar{X} 的抽樣分配將趨於常態分配。
10. 一線性轉換(linear transformation) f 具有以下特性：
 $f(c_1X + c_2Y) = c_1f(X) + c_2f(Y)$ ，其中 c_1 與 c_2 為常數。同理，隨機變數之期望值 $E(c_1X + c_2Y)$ 亦具此種特性。
11. 隨機變數之期望值 $E\left(\frac{X}{Y}\right) = \frac{E(X)}{E(Y)}$ 。
12. 研究所的錄取率與樂透彩的中獎率一樣，也是一種機率。

13. 若隨機變數 X 在 $[0,1]$ 區間內，呈均等分配(uniform distribution)，則 X 在 0.5 時的機率(probability)應等於 1。
14. 根據定義，任何一個連續分配，其機率密度函數(probability density function)下的總面積等於 1。所以，其機率密度函數的高度絕不可能大於 1。
15. 有人揚言：「若兩隨機變數 X 與 Y 之共變異數 $Cov(X, Y) = 0$ ，則 X 與 Y 相互獨立。」請問這句話是對或錯？
16. 根據觀察，「學歷」與「財富」呈正相關(positive correlation)。所以，我們可立即得到「高學歷導致財富多」的因果關係(causality)。
17. 從事假設檢定(hypothesis test)，則該檢定之顯著水準(level of significance)即是允許犯型 I 錯誤(Type I error)的最大機率。
18. 從事雙尾檢定(two-tailed test)之虛無假設為 $H_0: \mu = \mu_0$ ，若母全體平均數之信賴區間(confidence interval)估計值不包含 μ_0 ，則應拒絕 H_0 。
19. 從事簡單線性迴歸(simple linear regression)分析，若判定係數(coefficient of determination) R^2 愈大，則表示最小平方線與資料間的配適程度愈高。
20. 從事資料分析，若離群值(outliers)是登錄正確，並且也屬於這個資料集合，則仍須保留它們。

二、計算題(20 分，請列出計算過程)

1. (10 分) 兩事件 A 與 B ， $P(A) = 0.40$ ， $P(B) = 0.50$ ，且 $P(A \cap B) = 0.30$ 。

(a) (6 分) 求 $P(A|B)$ 。

(b) (4 分) A 與 B 是否獨立？(請列出理由)

2. (10 分) 柴比雪夫定理(Chebyshev's theorem)：在任何資料集合內，至少有

$(1 - \frac{1}{k^2})$ 比例的觀察值與平均數的差距在 k 個標準差內，此處常數 $k > 1$ 。

假設某校有 100 位同學參加統計學考試，其成績平均數為 75，標準差為 5。

請問至少有多少比例的同學分數介於 65 與 85 之間？