

20% -  $y' = 1 + y^2$

① 求  $y = z$  曲線族

② 求  $y = z$  正交曲線族

40% = ODE

①  $e^{-2\theta} dr - 2r e^{-2\theta} d\theta = 0$ , 求通解

②  $y' + y \tan x = \sin 2x$ , 求通解

③  $x^2 y'' - 4x y' + 6y = 0$ , 求通解

④  $y'' + ay' + by = 0$ ,  $a, b$  為常數  
若存在 Oscillation solution, 則  $a, b$  要  
滿足何條件?

20% = 三. 函數

①  $f = f(x, y, z)$  為純量函數, 若  $\vec{v} = \nabla f$   
證明  $\nabla \times \vec{v} = 0$

② 向量函數  $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ , 若  $\vec{F} = \nabla f$   
試求  $f$

20% 四. Legendre polynomials

$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$ ,  $P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$

證明  $P_2(x)$  與  $P_3(x)$  正交